

Competencias y contenidos

Competencias generales

Los alumnos, como estudiantes de ingeniería, deberán lograr:

- ▶ Capacidad para comprender definiciones y demostraciones.
- ▶ Capacidad para modelizar matemáticamente una situación
- ▶ Capacidad para resolver problemas con técnicas matemáticas.
- ▶ Capacidad para predecir, estimar, verificar y justificar procedimientos y resultados pudiendo describirlos y discutirlos utilizando vocabulario específico.

Competencias específicas

Al finalizar el curso el alumno deberá ser capaz de:

- ▶ **Identificar** la derivada con el concepto de tasa o razón de cambio
- ▶ **Identificar** el concepto de límite en la definición de derivada, integral y serie.
- ▶ **Identificar** el concepto de integral con los efectos acumulados de una razón de cambio.
- ▶ **Reconocer** el modelo diferencial en distintas situaciones problemáticas.
- ▶ **Reconocer** el modelo integral en distintas situaciones problemáticas.
- ▶ **Aplicar** los procedimientos de derivación e integración para resolver distintos problemas
- ▶ **Relacionar** el concepto de derivada con el de integral
- ▶ **Relacionar** el concepto de integral con el de serie.

Contenidos

Unidad 1: Introducción

Números reales: Valor absoluto: definición y enunciado de sus propiedades. Intervalos. Conceptos de topología en \mathbb{R} : Entornos y entornos reducidos en \mathbb{R} . Clasificación de puntos de un conjunto en \mathbb{R} . Conjuntos abiertos, cerrados. Frontera de un conjunto. Conjuntos acotados. Revisión del concepto de función: Definición. Dominio y codominio. Conjunto imagen. Funciones inyectivas, sobreyectivas y biyectivas. Función inversa. Composición de funciones. Reconocimiento de funciones lineales, cuadráticas, homogéneas, exponenciales, logarítmicas, trigonométricas, circulares inversas, hiperbólicas y sus inversas.

Unidad 2 : Límite y continuidad.

Límite funcional: Límite finito y/o infinito para variable finita y/o infinita: Definiciones. Propiedades (enunciados). Infinitésimos: definición. Equivalencia de infinitésimos.

Teorema: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } x}{x} = 1$ (demostración) Producto de infinitésimo por función acotada

(demostración). Álgebra de límites.(Enunciado de todas las propiedades, demostración de límite de una suma) Límites laterales.

Continuidad : Continuidad de una función en un punto y en un intervalo cerrado. Clasificación de discontinuidades. Propiedades de las funciones continuas (enunciados).

Unidad 3 : Derivadas y diferenciales

Derivada de una función en un punto: Definición, interpretación geométrica y aplicaciones físicas. Ejemplos de derivada como razón de cambio. Relación entre derivabilidad y continuidad (demostración). Rectas tangente y normal al gráfico de una función escalar en un punto(deducción).

Función derivada. Fórmulas y reglas de derivación.(Demostración de: derivada de una suma y de un producto, derivada de $y = \text{sen } x$, $y = \ln x$, regla de la cadena, derivada de funciones inversas). Tabla de derivadas. método de derivación logarítmica. Derivadas sucesivas.

Diferencial de una función en un punto: definición e interpretación geométrica. Aplicaciones a cálculos aproximados. Noción de función vectorial. Derivada de una función vectorial. Derivadas de funciones definidas en forma implícita.

Unidad 4: Propiedades de las funciones derivables

Crecimiento y decrecimiento de una función en un punto: definiciones Relación entre el signo de la derivada primera y el crecimiento de una función (demostración). Extremos absolutos y locales: definiciones. Condición necesaria para la existencia de extremos locales (demostración) Puntos críticos. Criterios para asegurar la existencia de extremos en un punto crítico.

Teorema de Rolle (demostración e interpretación geométrica) Teorema de Lagrange (demostración e interpretación geométrica). Teorema de Cauchy.(enunciado). Regla de L'Hôpital. (enunciado y aplicación a los distintos casos de indeterminación)

Concavidad y convexidad de una función: definiciones. Relación con el signo de la derivada segunda (enunciado). Punto de inflexión: condición necesaria. Estudio completo de funciones. Problemas de optimización. Desarrollos de Taylor y Mac Laurin: deducción del polinomio de Taylor. Enunciado de la expresión del término complementario. Aplicaciones a la aproximación de funciones y al cálculo del error cometido

Unidad 5: Integrales

Integral definida: definición. Propiedades (enunciados). Teorema del valor medio del cálculo integral (demostración). La función área o integral. Teorema fundamental de cálculo integral (demostración) Concepto de primitiva. Regla de Barrow (demostración)

Integración indefinida. Propiedades. Teorema: Dos primitivas de una misma función difieren en una constante (demostración). Métodos de integración: integrales inmediatas, por sustitución, por partes (deducción), de funciones racionales, integrales que se llevan a $\arcsen x$ y $\arctg x$, integrales del tipo $\int \sen^p x \cdot \cos^q x \cdot dx$. Aplicaciones de la integral definida. Integrales impropias :

Definición. Integrales impropias de primera y de segunda especie. Cálculo.

Unidad 6: Sucesiones y Series

Sucesiones numéricas. Definición. Sucesiones monótonas. Análisis de la convergencia.

Series numéricas. Condición necesaria de convergencia.(enunciado). Análisis de alguna serie telescópica. Criterios para determinar la convergencia de series de términos positivos (enunciado de los criterios de comparación, D'Alembert, Cauchy y Raabe). Serie geométrica, armónica y armónica generalizada: definiciones y deducciones de su convergencia Series de términos alternados. Criterio de Leibniz. Convergencia absoluta y condicional.

Sucesiones y series de funciones. Convergencia uniforme de series de funciones. Criterio de Weierstrass (enunciado). Serie de potencias. Radio e intervalo de convergencia(deducción). Derivación e integración de series.